Práctica 1. Conceptos básicos de simulación

OBJETIVOS DE LA PRÁCTICA

- Realizar un conjunto de ejercicios básicos para problemas de simulación.

FORMA DE REALIZAR LA PRÁCTICA:

Se trabajará en el entorno MATLAB, desarrollando códigos que ofrezcan soluciones a los problemas planteados.

TRABAJO A PRESENTAR:

Se debe entregar un fichero comprimido que contenga
- El código fuente de los programas elaborados con los comentarios internos necesarios para su identificación y seguimiento.
- Una memoria en MS-WORD con el contenido siguiente:
    - Solución para cada ejercicio y apartado.
    - Las tablas, matrices y gráficos generados por la ejecución del programa, así como las respuestas razonadas a las preguntas de cada enunciado.

Ejercicio 1.1

Consideramos un ejemplo simplificado de ordenador, compuesto por un sistema de entrada-salida (E/S) y una unidad central de proceso (CPU). El ordenador falla cuando lo hace alguno de los dos componentes (CPU o E/S). Como parte de un estudio destinado a mejorar la fiabilidad del ordenador, estamos interesados en calcular el tiempo esperado $E(T)$ hasta que se produzca un fallo.

a) Obtener resultados de tiempo esperado de fallo a través de simulación.

Se realiza una aproximación basada en simulación que consiste en construir un programa que describa el comportamiento del sistema y realizar diversos experimentos con él. El pseudocódigo a utilizar es el siguiente:

```
tiempofallo=0
desde i=1 hasta n
    desde j=1 hasta 2
        generar U_j uniforme en (0,1)
        hacer X_j=-ln(1-U_j)/μ_j
    tiempofallo=tiempofallo+min (X_1, X_2)
esp(tiempofallo)=tiempofallo/n
```

Donde n corresponde al número de pruebas y U es un tiempo aleatorio. El proceso de generar U y luego transformarla mediante $X = -ln(1-U)/\mu$, nos permite simular tiempos hasta rotura del componente i-ésimo (generación de variables aleatorias exponenciales por el método de inversión).

Esencialmente, el programa simula tiempos de fallo X_1, X_2 y calcula el mínimo de ellos, repitiéndose el proceso n veces, esto es, simulando n caídas del sistema. Probar con μ= [1 2]; y con μ= [1 1]

Necesitamos previamente generar los números U_i, $j=1,2$, cuestión que se discutirá en otra práctica. Para esta aplicación particular, supongamos que tenemos acceso a la Tabla 1.1 de números aleatorios. Por ejemplo, si decidimos que $n=20$, podemos escoger los 20 primeros números para generar los U_1

16	82	39	86	86	73	07	32	72	35	12	82	87	21	30	30	60	53	89	92

y los 20 últimos para generar los U_2.

38	63	63	30	36	25	66	30	53	98	49	78	40	92	80	97	67	46	38	34

Para ello, asociamos al número correspondiente el cociente resultante de la división por 100. Por ejemplo, los primeros números que utilizamos son 16 y 38, con lo cual

$U_1=0.16$, $U_2=0.38$, $X_1=0.17$, $X_2=0.24$ y $min(X_1,X_2)=0.17$. Repitiendo el proceso, resulta la estimación 0.308.

Incluye una gráfica que muestre los distintos tiempos de fallo junto al tiempo esperado de fallo.

b) Realización de replicaciones.

Realizar todas las replicaciones posibles de este método tomando los vectores de valores aleatorios U_1 y U_2 como las columnas consecutivas por parejas de la tabla 1.1. La tabla 1.1. está contenida en el fichero Numeros.txt. Con los valores esperados de cada serie calcula el valor esperado promedio y realiza una representación gráfica, mostrando el resultado final.

16	82	39	86	86	73	07	32	72	35	12	82	87	21	30	30	60	53	89	92
99	77	85	43	72	34	52	99	30	86	81	40	18	61	20	16	92	39	34	44
01	48	69	32	37	05	99	27	23	55	88	47	38	48	53	79	41	08	73	95
08	34	04	83	42	92	64	49	51	23	44	62	75	43	09	22	55	51	38	18
09	22	76	47	23	99	48	66	26	73	95	53	37	47	00	43	66	80	44	18
64	18	83	13	90	95	64	21	97	09	86	59	99	70	20	73	35	11	81	57
77	67	94	40	00	12	26	45	77	54	21	51	91	91	28	74	47	00	53	95
73	01	20	47	86	40	71	03	13	36	98	50	48	45	30	23	40	85	76	63
72	67	37	77	52	79	93	67	57	78	77	07	58	19	48	32	72	94	66	11
58	96	79	92	08	88	46	62	58	96	75	18	57	89	21	17	26	92	26	63
41	69	24	18	81	29	14	06	67	15	23	70	27	89	40	77	31	98	71	15
16	45	84	78	49	17	84	92	51	12	08	78	30	35	63	84	34	68	97	10
92	09	48	47	40	81	30	44	03	98	19	38	33	07	00	55	70	65	24	19
26	92	58	75	64	61	49	58	68	45	09	32	76	03	29	08	73	11	33	79
17	33	86	83	91	26	51	12	57	73	21	12	09	58	24	64	91	53	24	92
91	41	97	06	57	45	39	16	64	92	66	18	78	71	55	99	29	18	02	56
52	00	40	81	14	06	94	03	71	39	09	33	74	08	42	15	85	08	35	30
10	07	82	40	99	00	91	31	44	73	51	42	08	28	31	35	20	07	85	96
70	70	14	24	43	71	60	86	17	85	61	05	65	10	68	73	03	31	45	23
96	50	32	72	89	62	28	76	60	00	52	94	67	16	32	08	88	27	01	94
20	89	41	95	46	28	45	92	21	97	51	15	02	82	11	95	65	27	50	08
30	99	84	95	47	72	38	22	55	44	50	61	71	58	86	49	25	60	69	17
94	53	29	42	38	74	90	06	18	71	99	27	84	88	03	43	07	53	96	02
50	61	25	57	55	50	92	14	39	77	29	17	73	75	83	38	40	02	06	47
38	63	63	30	36	25	66	30	53	98	49	78	40	92	80	97	67	46	38	34

Tabla 1.1: Números aleatorios

Ejercicio 1.2

El director de un Centro de Cálculo ha recibido quejas sobre el funcionamiento de uno de los ordenadores. Desea obtener una estimación del uso del ordenador con vistas a comprar uno nuevo. Para evitar las interrupciones e inconveniencias de llevar a cabo un estudio real y directo sobre el propio ordenador, se quiere diseñar un modelo de simulación de funcionamiento. El parámetro que se pretende evaluar es el tamaño medio de la cola del ordenador.

Se utilizarán dos vectores de números aleatorios *{U y V}* para simular el estado de llegadas de trabajos (si $U \in [0..49] \Rightarrow X = 1$, es decir se produce una llegada) y de servicio de trabajos (si $V_S \in [0..69] \Rightarrow Y = 1$, es decir se sirve un trabajo).

Implementa un algoritmo que describa la simulación de estado de: llegadas de trabajos, servicio de trabajos y tamaño de la cola. Utiliza los vectores de números aleatorios

U=

52	00	40	81	14	06	94	03	71	39	09	33	74	08	42	15	85	08	35	30
10	07	82	40	99	00	91	31	44	73	51	42	08	28	31	35	20	07	85	96

V=

20	89	41	95	46	28	45	92	21	97	51	15	02	82	11	95	65	27	50	08
30	99	84	95	47	72	38	22	55	44	50	61	71	58	86	49	25	60	69	17

Muestra una tabla como la tabla 1.2 con los resultados de cada intervalo y el resultado de la estimación del tamaño medio de cola.

Intervalo	U(i)	X(i)	V(i)	Y(i)	Tamaño de cola
1					
2					
…					
…					

Ejercicio 1.3

La evolución de los precios de cierto tipo de pescado en función de un índice de calidad del agua esta descrita a través de la función $f(x) = x^4/4 - 17x^3/36 + 5x^2/24$, para un intervalo de $x \in [-0.5, 1.5]$. Se desea encontrar la solución al problema de encontrar el mínimo valor del pescado mediante el método de búsqueda aleatoria pura.

El algoritmo a seguir es el siguiente:

```
Inicializar i = 0;  f* = +∞.
Mientras i < n
          Generar x_i ∈ [-.5, 1.5];
          Si f(x_i) < f*,
             f* = f(x_i),
             x* = x_i.
          Incrementar i
```

Necesitamos un procedimiento para generar valores aleatorios de x en el intervalo *[-0.5, 1.5]*. Utilizar los incluidos en la tabla 1.1 que se encuentran en el fichero Numeros.txt y transformar el valor u(i) mediante $x(i)=-0.48+0.0198u(i)$.

Mostrar una gráfica de $f(x)$ y marcar sobre ella los sucesivos valores mínimos que el algoritmo vaya encontrando. Por último marcar con un símbolo 'x' el mínimo encontrado.